Л.Г. Лабскер
профессор кафедры "Математическое моделирование экономических процессов"
И.Н. Штохова
студентка 5 курса Института математических методов в экономике и антикризисного управления

АНАЛИЗ ЗАДАЧИ СТРАХОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ РИСКОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМБИНИРОВАННОГО КРИТЕРИЯ ГЕРМЕЙРА–ГУРВИЦА

Аннотация

На основе синтеза классических критериев Гермейра и Гурвица определяется новый критерий оптимальности чистых стратегий в игре с Природой (некие условия), названный комбинированным критерием Гермейра–Гурвица. В построенной модели вероятности состояний Природы предполагаются известными, и потому решение о выборе оптимальной стратегии принимается в условиях риска.

Предложен новый метод вычисления показателя оптимизма лица, принимающего решение, основанный только на матрице Гермейра.

Построенная модель игры с Природой применяется для решения задачи о выборе страховой компанией оптимального метода страхования космических рисков при запуске объектов ракетно-космической техники.

Дается полное решение задачи для каждого значения показателя оптимизма страховой компании.

1. Введение

В современных условиях организации и осуществления производственно-хозяйственной деятельности в области космических проектов весьма актуален вопрос о приобретении и обеспечении надежной страховой защиты космических проектов. Организация надежной страховой защиты является важнейшим и более того – необходимым условием успешной работы на международном и внутреннем рынках космических услуг. Между тем осуществление космических проектов требует больших затрат, в то время как надежность сложных технических систем всегда меньше единицы [1]. В связи с этим страхование космических рисков – наиболее ресурсоемкий вид страхования. При этом заслуживающим серьезного внимания является тот факт, что не каждая страховая компания обладает достаточными финансовыми ресурсами для самостоятельного покрытия убытков при наступлении страховых случаев. Поэтому в мировой и, в частности, российской практике широко применяется сострахование и перестрахование космических рисков.

Особенностью страхования космических рисков являются крупные страховые суммы, а следовательно, крупный размер страховых премий, большие сроки действия страховых договоров и в принципе внушающая оптимизм статистика наступления страховых случаев.

Теоретически *самостоятельное страхование* (*самострахование*) космических объектов, с одной стороны, может стать серьезным источником дохода страховой компании, но с другой стороны, при наступлении страхового случая договор, предусматривающий выплату возмещения страхователю космического объекта, может стать основной причиной банкротства страховой компании.

Сострахование представляет собой метод страхования крупных объектов или повышенных рисков одновременно несколькими страховщиками, которые на основании договора несут субсидиарную ответственность по выплате возмещения. Используется также *страховой пул*, который в некоторой степени по механизму действия аналогичен сострахованию, но и обладает существенным отличием, состоящим в *солидарной ответственности* участников страхового пула перед страхователем, что, по сути, является принципиально важным лишь для страхователя. Очевидно, что сострахование (страховой пул) снижает риск при страховании космического объекта, но лишь путем уменьшения доли принимаемых страховой компанией обязательств, что, соответственно, уменьшает размер поступающих в компанию страховых премий. Страховой пул (сострахование) позволяет увеличить финансовые возможности для принятия на страхование рисков, которые могут быть слишком велики для одной страховой компании.

Перестрахование рассматривается как метод страхования крупных объектов или как метод повышения финансовой устойчивости страховщика. При перестраховании страховая компания (перестрахователь) от 50% до 99% своих обязательств передает на определенных условиях другой страховой компании (перестраховщику). Большая часть договоров по страхованию космических рисков в России, передаваемых в перестрахование, перестраховывается в зарубежных страховых компаниях.

На первый взгляд может показаться, что, сопоставив доходы и расходы при каждом из отмеченных методов страхования, страховая компания может раз и навсегда решить для себя проблему страхования космических рисков при сочетании приемлемого для нее уровня получаемого от страховой деятельности дохода и принимаемых на себя обязательств (рисков). Но главной особенностью страхования космических рисков является затрудненность сопоставления статистических данных по страховым случаям: почти каждый договор страхования космических объектов является уникальным в силу технических особенностей принимаемых на страхование объектов и специфичности процесса их эксплуатации. Каждый раз страховщик должен принимать решение о выборе метода страхования, причем оптимального в смысле определенного критерия оптимальности, в определенных условиях с известными случайными состояниями, вероятность наступления которых иногда известна, а иногда нет.

На наш взгляд, приемлемой математической моделью описанной ситуации может служить *игра с Природой* (см., например, [2]). Известны несколько критериев оптимальности стратегий в играх с Природой (см., например, [3], [4]), каждый из которых имеет свои особенности, предполагающие применение этого критерия в определенных разумных ситуациях.

2. Постановка задачи страхования космических рисков

Для определенности ограничимся объектом имущественного страхования: ракетно-космической техникой (РКТ).

Страховая компания (на примере страховой компании “Ингосстрах” [5]) должна выбрать метод страхования спутника связи (например, “Экспресс А” № 1 [6]) для обеспечения страховой защиты при повреждении, полной гибели или частичной гибели объекта страхования. Страхование распространяется на время запуска РКТ на заданную орбиту. Указанные ограничения введены для некоторого непринципиального упрощения рассматриваемой задачи страхования космических рисков.

На результат выбора страховой компанией метода страхования альтернативно оказывает существенное влияние одно из четырех условий: 1) запуск проходит без происшествий (страховой случай не наступил); 2) при запуске произошло повреждение объекта страхования (страховой случай наступил); 3) при запуске произошла частичная гибель объекта страхования (страховой случай наступил); 4) при запуске произошла полная гибель объекта страхования (страховой случай наступил).

Классификация и терминология «повреждение», «частичная гибель», «полная гибель» объекта принята в понятийном аппарате страхования космических рисков [7].

Предположим, что данные о расходах страховой организации при соответствующих перечисленных четырех условиях имеют следующий вид (см. табл. 1).

Табл. 1. РАСХОДЫ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ПРИ СОСТОЯНИЯХ СПУТНИКА СВЯЗИ В МОМЕНТ ЗАПУСКА НА ОРБИТУ, *млн.* руб.

Состояния спутника связи при запуске / Метод страхования	1 Без происшествий	2 Повреждение	3 Частичная гибель	4 Полная гибель
Самострахование	0	– 12,1	– 18,3	– 24,4
Сострахование	– 0,009	– 9,5	– 14,15	– 18,2
Перестрахование	– 0,01	– 2,51	– 6,2375	– 10,82

Отметим, что данные о расходах страховой компании – результат сложной специфичной техники расчета [8], применяемой в страховании, но для рассматриваемой задачи не представляющие принципиального интереса. Так, данные, приведенные в столбце 4 табл. 1, частично основываются на реальных данных [9], [10]. Использование же реальных данных в остальных столбцах табл. 1 затруднено в связи с неразглашением специфики внутренних расчетов между страховыми компаниями. По этой причине данные в столбцах 2 и 3 табл. 1 получены на основе уменьшения исходных данных в столбце 4 в зависимости от процента страховой суммы, выплачиваемой страховщиком при наступлении страхового случая. А данные в столбце 1 табл. 1 сформированы исходя из издержек страховой компании при заключении договора сострахования и перестрахования.

В табл. 2 указаны вероятности состояний спутника связи в момент запуска, вычисленные по формуле статистической вероятности на основе данных прошлых лет [11], [6], [10] с учетом [12].

Табл. 2. ВЕРОЯТНОСТИ СОСТОЯНИЙ СПУТНИКА СВЯЗИ В МОМЕНТ ЗАПУСКА

Состояния спутника связи при запуске	1 Без происшествий	2 Повреждение	3 Частичная гибель	4 Полная гибель
Вероятности	0,984	0,01	0,005	0,001

3. Математическая модель

Итак, в качестве математической модели будем рассматривать *игру с Природой*, в которой заняты два участника. Один из них – сознательный участник, назовем его Игроком, обладающий $m(\geq 2)$ чистыми альтернативными стратегиями $A_1, A_2, ..., A_m$, из которых он может осознанно выбрать наиболее выгодную для себя, оптимальную в смысле определенного критерия оптимальности.

В качестве другого участника игры рассматривают условия, в которых приходиться Игроку принимать решение о выборе стратегии и которые существенно влияют на результаты выбора Игрока. Этого участника называют Природой, которая неосознанным, неопределенным, случайным образом может пребывать в одном из $n(\geq 2)$ своих состояний $\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_n$, не преследуя никакой цели и безразлично к возможным результатам игры.

Предполагается, что Игрок в состоянии количественно оценить свой «выигрыш» a_{ij}, $i = 1,2,...,m$; $j = 1,2,...,n$, при каждой выбранной им стратегии A_i, $i = 1,2,...,m,$ и каждом состоянии природы Π_j, $j = 1,2,..., n$.

Так как каждый выигрыш a_{ij} снабжен двумя индексами, то массив всех $m \cdot n$ выигрышей удобно представить в виде матрицы А выигрышей Игрока размера $m \times n$.

$A =$

$A_i \backslash \Pi_j$	Π_1	Π_2	...	Π_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...	— — —	...	...	...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Если известен вектор $q = (q_1, q_2, ..., q_n)$ вероятностей $q_1, q_2, ..., q_n$ соответственно состояний Природы $\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_n$, удовлетворяющих условиям

$$q_j > 0\,,\quad j = 1,2,\ldots,n,\quad \sum_{j=1}^{n} q_j = 1\,, \qquad (3.1)$$

то говорят о принятии решения в условиях риска. В противном случае говорят о принятии решения в условиях неопределенности.

Для завершения описания *игры с Природой* в общем виде остается определить критерий оптимальности стратегий.

Мы введем в рассмотрение комбинированный *критерий Гермейра–Гурвица*. Для его определения напомним сначала описание критерия Гермейра ([2], [3], [4], [13]).

Критерий Гермейра для краткости речи будем называть *G-критерием*. Вероятности $q_1, q_2,\ldots, q_n$ состояний Природы, удовлетворяющие условиям (3.1), предполагаются известными. Умножая каждый выигрыш a_{ij}, $i = 1,2,\ldots,m$, при состоянии Природы Π_j на вероятность q_i этого состояния, мы получим элементы Гермейра (или *G*-элементы)

$$g_{ij} = a_{ij} q_j\,,\ i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n\,, \qquad (3.2)$$

из которых формируем матрицу Гермейра

G =

Π_j / A_i	Π_1	Π_2	…	Π_n
A_1	$g_{11} = a_{11}q_1$	$g_{12} = a_{12}q_2$	…	$g_{1n} = a_{1n}q_n$
A_2	$g_{21} = a_{21}q_1$	$g_{22} = a_{22}q_2$	…	$g_{2n} = a_{2n}q_n$
…	…	…	…	…
A_m	$g_{m1} = a_{m1}q_1$	$g_{m2} = a_{m2}q_2$	…	$g_{mn} = a_{mn}q_n$

Числа

$$G_i = \min_{1\le j\le n} g_{ij}\,,\quad i = 1,2,\ldots,m\,, \qquad (3.3)$$

назовем *показателями эффективности* соответственно стратегий A_i по *G*-критерию (или *G-показателями эффективности* стратегий A_i).

Если Игрок придерживается стратегии A_i, то вероятность выигрыша a_{ij} равна вероятности q_j. Поэтому формула (3.3) говорит о том, что *G*-показатель эффективности стратегии A_i есть минимальный выигрыш при стратегии A_i с учетом его вероятности.

Ценой игры G по *G*-критерию (или *G*-ценой игры) назовем наибольший из *G*-показателей эффективности стратегий:

$$G = \max_{1\le i\le m} G_i\,. \qquad (3.4)$$

Так как из формул (3.4) и (3.3) следует, что $G=\max\limits_{1\le i\le m}\min\limits_{1\le j\le n} g_{ij}$, то G-цену игры можно назвать максимином матрицы Гермейра $\boldsymbol{G}$.

Стратегия A_k считается *оптимальной по G-критерию* (или *G-оптимальной*), если ее G-показатель эффективности G_k совпадает с G-ценой игры G : $G_k = G$.

Можно доказать, что выигрыш a_{kj} Игрока при G-оптимальной стратегии A_k и при любом состоянии Природы не меньше неотрицательной величины $G/q^{\max}$, если цена игры G по критерию Гермейра неотрицательна, и не меньше отрицательной величины $G/q^{\min}$, если цена игры G по критерию Гермейра отрицательна, где $q^{\max}=\max\{q_1,q_2,\dots,q_n\}$, $q^{\min}=\min\{q_1,q_2,\dots,q_n\}$.

Если Игрок отклонится от своей G-оптимальной стратегии, то он может выиграть меньше, чем $G/q^{\max}$ или $G/q^{\min}$ в соответствующих случаях.

Критерий Гермейра, по сути, представляет собой критерий Вальда ([2],[3],[4]), но примененный не к матрице $\boldsymbol{A}$ выигрышей Игрока, а к матрице Гермейра $\boldsymbol{G}$. Поэтому его можно назвать *критерием Вальда с учетом вероятностей состояний Природы*. Критерий Гермейра является критерием крайнего пессимизма Игрока, который (с позиций данного критерия) рассматривает Природу как агрессивно настроенного и злонамеренно действующего противника. При этом, однако, Игрок учитывает вероятности состояний Природы. Эта крайне осторожная и осмотрительная позиция Игрока рассчитана на худший результат выбора стратегии. Такой принцип действия означает, что Игрок не столько заинтересован в крупной удаче, сколько хочет застраховать себя от неожиданных проигрышей.

При $q_j = n^{-1}$, $j=1,2,\dots,n,$ критерий Гермейра превращается в критерий Вальда ([2], [3], [4]).

Теперь опишем максимаксный критерий ([2], [3], [4]), применяемый к матрице Гермейра, который для краткости будем называть M-критерием. Максимаксный критерий, применяемый к матрице Гермейра можно назвать *максимаксным критерием с учетом вероятностей состояний Природы*.

Наибольший элемент в i-й строке матрицы Гермейра $\boldsymbol{G}$

$$M_i=\max_{1\le j\le n} g_{ij},\quad i=1,2,\dots,m, \tag{3.5}$$

назовем *показателем эффективности стратегии A_i по M-критерию* (или *M-показателем эффективности стратегии A_i*).

Наибольший из M-показателей эффективности стратегий

$$M = \max_{1 \le i \le m} M_i \tag{3.6}$$

назовем *ценой игры по М-критерию* (или *М-ценой игры*).

Подставив равенство (3.5) в равенство (3.6), получим

$$M = \max_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} g_{ij} \,. \tag{3.7}$$

В соответствии с этим равенством М-цену игры можно назвать также *максимаксом матрицы Гермейра G*. Из равенства (3.7) очевидно, что *М*-цена игры является наибольшим элементом среди всех элементов матрицы ***G***.

Оптимальной по М-критерию назовем стратегию A_k, *М*-показатель эффективности которой совпадает с *М*-ценой игры: $M_k = M$. Каждая стратегия, в соответствующей строке матрицы *G* которой стоит максимальный элемент, будет *М*-оптимальной.

Можно доказать, что выигрыш a_{kj} Игрока при *М*-оптимальной стратегии A_k и при любом состоянии Природы не больше неотрицательной величины $M/q^{\min}$, если цена игры *М* по максимаксному критерию неотрицательна, и не больше отрицательной величины $M/q^{\max}$, если цена игры *М* по максимаксному критерию отрицательна.

Оптимальная по *М*-критерию стратегия дает *возможность* Игроку получить выигрыш, наибольший с учетом вероятности состояния Природы.

Максимаксный критерий является критерием крайнего оптимизма Игрока, который в большинстве случаев немотивированно предполагает, что Природа всегда будет находиться в благоприятнейшем для него состоянии, т.е. если он будет придерживаться *М*-оптимальной стратегии, то Природа окажется именно в том состоянии, в котором Игрок получит наибольший выигрыш. Действуя по максимаксному критерию, Игрок большей частью проявляет иллюзорную уверенность в наибольшем выигрыше, неоправданное легкомыслие и крайний оптимизм. Вместе с тем иногда этим критерием пользуются осознанно, например в случае, когда перед Игроком стоит дилемма: либо получить наибольший выигрыш, либо стать банкротом.

Максимаксный критерий с учетом вероятностей состояний Природы в определенном смысле противоположен критерию Гермейра.

При $q_j = n^{\ 1}$, $j = 1,2,\ldots,n,$ максимаксный критерий с учетом вероятностей состояний Природы эквивалентен максимаксному критерию ([2], [3], [4]).

Наконец, мы можем определить комбинированный *критерий Гермейра–Гурвица*. Он представляет собой критерий Гурвица ([2], [3],

[4]), применяемый к матрице Гермейра ***G***. Показатель оптимизма Игрока в критерии Гурвица будем обозначать через $\lambda \in [0,\ 1]$. Следовательно, показатель пессимизма будет равен $(1-\lambda) \in [0,\ 1]$. Для краткости речи комбинированный критерий Гермейра–Гурвица с показателем оптимизма λ будем называть $(G\text{-}H(\lambda))$*-критерием*. Поскольку в данном случае вероятности q_j, $j = 1,2,\ldots,n$, состояний Природы известны, решения принимаются в условиях риска.

Комбинированный критерий Гермейра–Гурвица благодаря возможности выбора показателя оптимизма $\lambda \in [0;1]$, позволяет смягчить крайние пессимистические (как при применении критерия Гермейра) и крайние оптимистические (как при применении максимаксного критерия с учетом вероятностей состояний Природы) субъективные представления Игрока относительно состояний Природы при выборе им стратегии действий.

Показателем эффективности стратегии A_i *по* $(G-H(\lambda))$*-критерию* (или $(G-H(\lambda))$*-показателем эффективности стратегии* A_i) назовем число

$$(G-H(\lambda))_i = (1-\lambda)G_i + \lambda M_i, \quad i = 1,2,\ldots,m, \tag{3.8}$$

где G_i и M_i – показатели эффективности стратегии A_i соответственно по G-критерию (определяемый по формуле (3.3)) и M-критерию (определяемый по формуле (3.5)). Показатель эффективности $(G-H(\lambda))_i$ представляет собой, таким образом, взвешенно среднюю величину показателей эффективности G_i и M_i с весами $(1-\lambda)$ и λ, т.е. их выпуклую комбинацию.

Ценой игры по $(G-H(\lambda))$*-критерию* (или $(G-H(\lambda))$*-ценой игры*) назовем максимальный из $(G-H(\lambda))$-показателей эффективности стратегий (3.8):

$$(G-H(\lambda)) = \max_{1 \le i \le m} (G-H(\lambda))_i. \tag{3.9}$$

Оптимальной по $(G-H(\lambda))$-критерию (или $(G-H(\lambda))$-оптимальной) назовем стратегию A_k, $(G-H(\lambda))$-показатель эффективности которой совпадает с $(G-H(\lambda))$-ценой игры:

$$(G-H(\lambda))_k = (G-H(\lambda)). \tag{3.10}$$

При принятии решения по комбинированному критерию Гермейра–Гурвица на Игрока (являющегося лицом, принимающим решение) ложится большая ответственность, поскольку он на основании собственного опыта, собственных представлений, интуиции или же других каких-то факторов выбирает показатель своего оптимизма $\lambda \in [0,1]$ и, следовательно, – показатель своего пессимизма $(1-\lambda) \in [0;\ 1]$, который существенным образом влияет на понятие оптимальности стратегии. При нулевом показателе оптимизма $\lambda = 0$ комбинированный критерий

Гермейра–Гурвица превращается, как видно из формулы (3.8), в критерий Гермейра. При максимальном значении показателя оптимизма $\lambda = 1$ комбинированный критерий Гермейра–Гурвица превращается в максимаксный критерий с учетом вероятностей состояний Природы. При $\lambda = 0{,}5$, Игрок при выборе стратегии ведет себя нейтрально.

Возможен также вариант выбора показателя оптимизма $\lambda \in [0,\ 1]$ в зависимости только от матрицы Гермейра $\boldsymbol{G}$ (т.е. в зависимости от выигрышей Игрока и вероятностей состояний Природы) следующим образом (ср. [14]).

Одной из характеристик состояния Природы Π_j, $j = 1,2,\ldots,n$, в матрице Гермейра G можно считать среднеарифметическую величину элементов этого столбца:

$$g_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} g_{ij}\ , \quad j = 1,2,\ldots,n. \tag{3.11}$$

Очевидно, $g_j = q_j a_j$, $j = 1,2,\ldots,n$, где $a_j = \dfrac{1}{m}\sum\limits_{i=1}^{m} a_{ij}$, $j = 1,2,\ldots,n$, – среднеарифметический выигрыш Игрока при состоянии Природы Π_j в матрице *A* выигрышей Игрока.

Расположим числа (3.11) в невозрастающем порядке: $g_{j_1} \ge g_{j_2} \ge \ldots \ge g_{j_n}$, где $j_1, j_2, \ldots, j_n$ – некоторая перестановка чисел $1,2,\ldots,n$. В качестве показателя оптимизма можно принять число $\lambda = \sum\limits_{l=1}^{n/2} q_{j_l}$, если *n* – четное, и $\lambda = \sum\limits_{l=1}^{(n-1)/2} q_{j_l} + \dfrac{1}{2} q_{j_{l+1}}$, если *n* – нечетное. Следовательно, пессимизм Игрока будет характеризоваться числом $(1-\lambda)$. Из приведенных формул понятно, что $0 < \lambda < 1$.

4. Решение задачи

Для решения поставленной в п. 2 задачи страхования космических рисков с использованием модели *игры с Природой* (см. п. 3) проведем следующую математическую формализацию.

Положим, что Игроком в игре является страховая компания, обладающая тремя (m = 3) альтернативными чистыми стратегиями, каждая из которых представляет собой определенный вид страхования: A_1 = “Самострахование”, A_2 = “Сострахование”, A_3 = “Перестрахование”.

Пусть Природой являются условия, характеризующие спутник связи при запуске. Природа случайным образом может пребывать в одном из исключающих друг друга четырех (n = 4) состояниях: $П_1$ = "Запуск спутника связи проходит без происшествий", $П_2$ = "При запуске произошло повреждение спутника связи", $П_3$ = "При запуске произошла частичная гибель спутника связи", $П_4$ = "При запуске произошла полная гибель спутника связи".

На основании имеющейся статистики [см. 10] можно сделать заключение о том, что эти состояния могут наступать соответственно с вероятностями $q_1 = 0{,}984$; $q_2 = 0{,}01$; $q_3 = 0{,}005$; $q_4 = 0{,}001$ (см. табл. 2), удовлетворяющими, очевидно, условиям (3.1) при n = 4.

Выигрышами a_{ij}, $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3,4$, Игрока в модели будем считать расходы страховой компании при выборе ею метода страхования A_i и при состоянии Природы $П_j$, заданные в табл. 1. Таким образом, выигрыши Игрока неположительные.

При идентифицированных данных матрица ***A*** выигрышей Игрока приобретает следующий конкретный вид (в добавленной строке проставлены вероятности состояний Природы).

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
A_1	$a_{11} = 0$	$a_{12} = -12{,}1$	$a_{13} = -18{,}3$	$a_{14} = -24{,}4$
A_2	$a_{21} = -0{,}009$	$a_{22} = -9{,}5$	$a_{23} = -14{,}15$	$a_{24} = -18{,}2$
A_3	$a_{31} = -0{,}01$	$a_{32} = -2{,}51$	$a_{33} = -6{,}2375$	$a_{34} = -10{,}82$
q_j	$q_1 = 0{,}984$	$q_2 = 0{,}01$	$q_3 = 0{,}005$	$q_4 = 0{,}001$

(4.1)

Отметим, что данная игра является игрой со сравнимыми состояниями Природы [15].

Решить данную игру – значит найти цену игры и оптимальные стратегии в смысле выбранного критерия оптимальности.

Поскольку вероятности состояний природы известны, решение будет приниматься в условиях риска.

По причине масштабности выплат возмещения при наступлении страхового случая представляется нецелесообразным принимать решение о выборе метода страхования на основании максимаксного критерия с учетом вероятностей состояний Природы, ориентированного на немотивированные максимально благоприятные исходы. Хотя вероятность необходимости осуществления выплат по полному возмещению ущерба весьма мала, но компенсация при выходе из строя отдельных элементов застрахованного спутника все же составляет значительную сумму.

Ввиду серьезности космического объекта, подлежащего страхованию, критерий Гермейра является более приемлемым по сравнению с максимаксным критерием с учетом вероятностей состояний Природы. Однако сверхосторожность и крайний пессимизм при применении критерия Гермейра порождают желание применить критерий оптимальности, в котором проявление пессимизма все же не является крайним и присутствует взвешенный оптимизм. На наш взгляд, таким критерием оптимальности является введенный в рассмотрение в п. 3 комбинированный критерий Гермейра–Гурвица с определенным показателем оптимизма $\lambda \in [0;1]$. Найдем решение задачи для каждого значения показателя оптимизма $\lambda \in [0;1]$.

Исходя из матрицы (4.1) и используя формулу (3.2), сформируем матрицу Гермейра (4.2), в предпоследнем и последнем столбцах которой стоят соответственно показатели G_i эффективности стратегий A_i, $i = 1,2,...,m$, по критерию Гермейра (определяемые по формуле (3.3) при $m = 3$ и $n = 4$), и показатели M_i эффективности стратегий A_i, $i = 1,2,\ldots,m$, по максимаксному критерию с учетом вероятностей состояний Природы (определяемые по формуле (3.5) при $m = 3$ и $n = 4$). Результаты вычислений округлены до тысячных.

Π_j / Ai	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	G_i	M_i
A_1	$g_{11} = 0$	$g_{12} = -0{,}121$	$g_{13} = -0{,}092$	$g_{14} = -0{,}024$	$G_1 = -0{,}12$	$M_1 = 0$
A_2	$g_{21} = -0{,}009$	$g_{22} = -0{,}095$	$g_{23} = -0{,}071$	$g_{24} = -0{,}018$	$G_2 = -0{,}09$	$M_2 = -0{,}009$
A_3	$g_{31} = -0{,}01$	$g_{32} = -0{,}025$	$g_{33} = -0{,}031$	$g_{34} = -0{,}011$	$G_3 = -0{,}031$	$M_3 = -0{,}01$
q_j	$q_1 = 0{,}984$	$q_2 = 0{,}01$	$q_3 = 0{,}005$	$q_4 = 0{,}001$		

(4.2)

По формуле (3.8) показатель эффективности i-й стратегии в смысле комбинированного критерия Гермейра–Гурвица с показателем оптимизма $\lambda \in [0;1]$ можно представить в следующем виде: $(G-H)(\lambda)_i = (M_i - G_i)\lambda + G_i$, $i = 1,2,3$. Подставляя сюда значения G_i и M_i из последних двух столбцов матрицы (4.2), получим:

$$(G-H)(\lambda)_1 = 0{,}121\lambda - 0{,}121; \quad (G-H)(\lambda)_2 = 0{,}086\lambda - 0{,}095;$$
$$(G-H)(\lambda)_3 = 0{,}021\lambda - 0{,}031. \qquad (4.3)$$

Таким образом, показатель эффективности каждой стратегии является линейной функцией аргумента λ, заданной на отрезке $[0;1]$. Поскольку угловые коэффициенты каждой из функций (4.3): 0,121; 0,086; 0,021 положительны, то графики этих функций представляют собой прямые отрезки положительного наклона в полосе $0 \le \lambda \le 1$. Подставляя в уравнения (4.3) $\lambda = 0$ и $\lambda = 1$, найдем ординаты соответственно левых и правых концов этих отрезков:

$$(G-H)(0)_1 = -0{,}121; \quad (G-H)(1)_1 = 0;$$
$$(G-H)(0)_2 = -0{,}095; \quad (G-H)(1)_2 = -0{,}009;$$
$$(G-H)(0)_3 = -0{,}031; \quad (G-H)(1)_3 = -0{,}01.$$

Построим эти отрезки по найденным концам каждого из них:

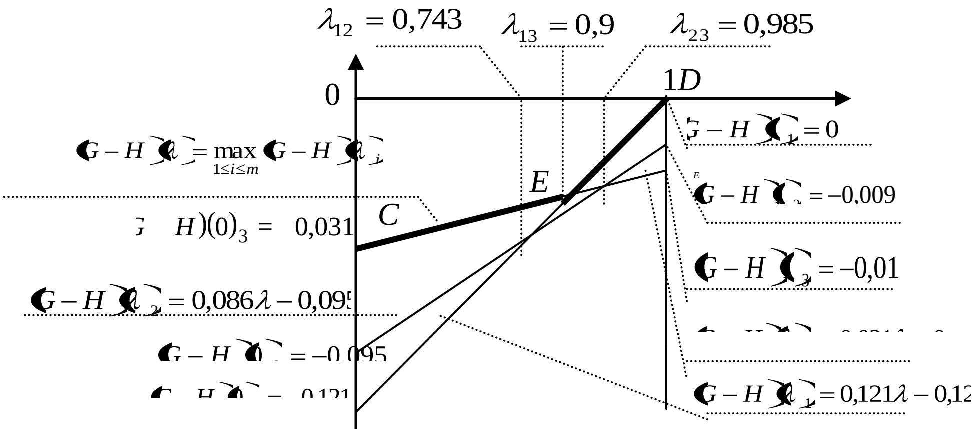

Рис. 1

Решив уравнения

$$0{,}121\lambda - 0{,}121 = 0{,}086\lambda - 0{,}095;$$
$$0{,}121\lambda - 0{,}121 = 0{,}021\lambda - 0{,}031;$$
$$0{,}086\lambda - 0{,}095 = 0{,}021\lambda - 0{,}031;$$

найдем абсциссы $\lambda_{12} = 0{,}743$; $\lambda_{13} = 0{,}9$; $\lambda_{23} = 0{,}985$ точек пересечения отрезка $(G-H)(\lambda)_1$ с отрезком $(G-H)(\lambda)_2$, отрезка $(G-H)(\lambda)_1$ с отрезком $(G-H)(\lambda)_3$ и отрезка $(G-H)(\lambda)_2$ с отрезком $(G-H)(\lambda)_3$ (см. рис. 1).

По определению (3.9) график цены игры по комбинированному критерию Гермейра–Гурвица с показателем оптимизма $\lambda \in [0;1]$ в данном конкретном случае выражается следующей формулой

$$(G-H)(\lambda) = \max\{(G-H)(\lambda)_1; (G-H)(\lambda)_2; (G-H)(\lambda)_3\} \qquad (4.4)$$

и представляет собой верхнюю огибающую функций $(G-H)(\lambda)_1$, $(G-H)(\lambda)_2$, $(G-H)(\lambda)_3$. На рис. 1 она выделена жирной ломаной *CED*. Следовательно, равенство (4.4) можно переписать в следующем виде: $(G-H)(\lambda) = (G-H)(\lambda)_3$, при $0 \le \lambda \le \lambda_{13} = 0{,}9$, и $(G-H)(\lambda) = (G-H)(\lambda)_1$, при $\lambda_{13} = 0{,}9 \le \lambda \le 1$.

Тогда в соответствии с определением (3.10) оптимальной стратегии по комбинированному критерию Гермейра–Гурвица решение задачи можно представить следующей итоговой таблицей.

Итоговая таблица

Значение показателя оптимизма λ	Критерий оптимальности	Цена игры	Оптимальная стратегия	Оптимальный вид страхования
$\lambda = 0$	Критерий Гермейра	– 0,031	A_3	Перестрахование
$0 < \lambda < 0{,}9$	Комбинированный критерий Гермейра–Гурвица	$(G-H)(\lambda)_3 = 0{,}021\lambda - 0{,}031$	A_3	Перестрахование
$\lambda = 0{,}9$	То же	$(G-H)(\lambda)_3 = 0{,}021\lambda - 0{,}031$ $(G-H)(\lambda)_1 = 0{,}121\lambda - 0{,}121$	A_3, A_1	Перестрахование, самострахование
$0{,}9 < \lambda < 1$	То же	$(G-H)(\lambda)_1 = 0{,}121\lambda - 0{,}121$	A_1	Самострахование
$\lambda = 1$	Максимаксный критерий с учетом вероятностей состояний Природы	0	A_1	Самострахование

Выясним, какой из методов страхования является оптимальным по комбинированному критерию Гермейра–Гурвица с показателем оптимизма, вычисленным по предложенному выше методу в зависимости от матрицы Гермейра. Для этого из элементов матрицы (4.2) по формуле (3.11) находим: $g_1 =$ 0,006; $g_2 =$ 0,08; $g_3 =$ 0,065; $g_4 = 0{,}018$. Расположим найденные числа в невозрастающем порядке: $g_1 = -0{,}006 > g_4 = -0{,}01 > g_3 = -0{,}065 > g_2 = -0{,}08$. Следовательно, $j_1 = 1$, $j_2 = 4$, $j_3 = 3$, $j_4 = 2$. Так как $n = 4$ – число четное, то показатель оптимизма $\lambda = q_{j_1} + q_{j_2} = q_1 + q_4 = 0{,}984 + 0{,}001 = 0{,}985$ и, следовательно, показатель пессимизма $1 - \lambda = 0{,}015$.

Так как $\lambda = 0{,}985 \in (0{,}9;\ 1)$, то из итоговой таблицы заключаем, что при этом показателе оптимизма оптимальным видом страхования является самострахование.

Заключение

Таким образом, если в рассмотренной задаче о выборе метода страхования космических объектов оптимальность этих методов понимать в смысле комбинированного критерия Гермейра–Гурвица, то для всех значений показателя оптимизма страховой компании λ от 0 до 0,9 в качестве оптимального метода страхования можно выбрать перестрахование, если, конечно, у страховой компании нет против этого обоснованных возражений.

Оптимальность метода перестрахования при значениях показателя оптимизма λ, не меньших половины и достаточно близких к единице ($\lambda \in [0{,}5;\ 0{,}9]$), также как и при значениях λ от 0 до 0,5, в частности при $\lambda = 0$, характеризующего крайний пессимизм страховой компании, подтверждает целесообразность осторожного и крайне осмотрительного подхода к выбору вида страхования космических рисков.

При $\lambda \in [0{,}9;\ 1]$, т.е. при очень высокой степени уверенности в благоприятности запуска спутника, в качестве оптимального метода страхования можно рассматривать самострахование.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Прилукова Л.* Страхование космической деятельности. 25.04.2002. http://www.space.com.ua/inform/number49/analiz_prognoz.html
2. *Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О.* Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом. М.: Дело, 2001.
3. *Лабскер Л.Г.* О некоторой общей схеме формирования критериев оптимальности в играх с Природой//Вестник Финансовой академии. 2000. № 2. С. 61-76.
4. *Лабскер Л.Г., Яновская Е.В.* Общая методика конструирования критериев оптимальности решений в условиях риска и неопределенности // Управление риском. 2002. № 4. С. 13-24.
5. http://www.ingos.ru/about/
6. Крупнейшие выплаты в страховании космических рисков http://www.strahovka.info/panorama
7. Ингосстрах: страхование космических рисков.
   http://www.ingos.ru/corporate/special/cosmos/
8. *Шахов В.В.* Страхование. М.: Юнити, 2003.
9. Участие Военно-страховой компании в страховании запуска РКН серии "Космос”. http://www.vsk.ru/vsk_site/novosti
10. ЦСИ. Статистика страха. Катастрофы. В космосе. http://www.strahovka.info/panorama

11. ВСК в цифрах. Крупнейшие выплаты. http://www.vsk_site/vsyo_o_vsk/vsk_v_tzifrah
12. *Медведчиков Д.А.* Введение в страхование рисков космических проектов. М.: Анкил, 2004.
13. *Шелобаев С.И.* Математические методы и модели: Экономика, финансы, бизнес. М.: Юнити, 2000.
14. *Лабскер Л.Г.* Обобщенный критерий пессимизма-оптимизма Гурвица // Финансовая математика. М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 2001. С. 401-414.
15. *Лабскер Л.Г.* Игры со сравнимыми состояниями Природы и маркетинг транспортных услуг // Транспорт: наука, техника, управление. 2003. № 2. С. 7-13.